



Geometria Analítica - Prova 3

Prof. Marco Polo

21 de março de 2022

Início: 19:00 - duração: 2:30 horas



Só serão consideradas as respostas que forem devidamente justificadas.

Questão 01: Parábola

Para as parábolas abaixo, encontre o vértice, o foco, a equação da diretriz, a equação do eixo e esboce o gráfico.

(a) (1,5) $y^2 = 3x$

(b) (1,5) $(x + 4)^2 = -6(y - 1)$

Questão 02: Elipse

Para as elipses abaixo, encontre o centro, o tamanho dos semieixos, a excentricidade e esboce o gráfico.

(a) (1,5) $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$

(b) (1,5) $9x^2 - 18x + 4y^2 = 27$

Questão 03:

Para cada caso, faça o que se pede.

(a) (1,0) Encontre uma equação da *parábola* com vértice em $(1, 1)$ e diretriz $x = 2$.

(b) (1,0) Encontre uma equação da *elipse* com focos nos pontos $(5, 0)$ e $(-5, 0)$, centro em $(0, 0)$ e comprimento do semieixo maior igual a 6.

Questão 04: Equações paramétricas

Encontre um conjunto de equações paramétricas para as curvas abaixo:

(a) (1,0) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

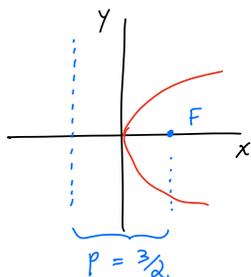
(b) (1,0) $(x - 1)^2 = 2y$

GABARITO

1- A) $y^2 = 3x$

$y^2 = 2px$

$\Rightarrow p = \frac{3}{2}$



$\Rightarrow F(\frac{3}{4}, 0)$

$V(0, 0)$

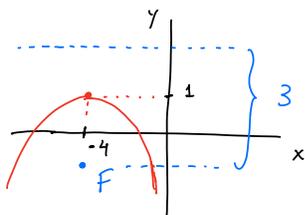
DIRETRIZ: $x = -\frac{3}{4}$

EIXO: $y = 0$

B) $(x+4)^2 = -6(y-1)$

$\Rightarrow V(-4, 1)$

$2p = -6 \Rightarrow p = -3$



$\Rightarrow F(-4, -\frac{1}{2})$

DIRETRIZ: $y = \frac{5}{2}$

EIXO: $x = -4$

2- A) $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$ SEMIEIXOS

$C(0, 0)$ CENTRO

$a^2 = b^2 + c^2$

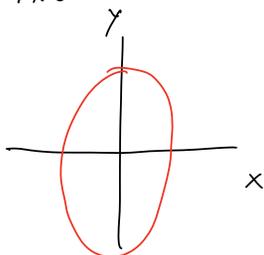
$25 = 1 + c^2$

$c = \sqrt{24}$

$c = 2\sqrt{6}$

$\Rightarrow e = \frac{c}{a}$

$e = \frac{2\sqrt{6}}{5}$



B) $9x^2 - 18x + 4y^2 = 27$

$9(x^2 - 2x) + 4y^2 = 27$

$x^2 - 2x + \frac{4}{9}y^2 = 3$

$x^2 - 2x + 1 - 1 + \frac{4}{9}y^2 = 3$

$(x-1)^2 + \frac{y^2}{9/4} = 4$

$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$

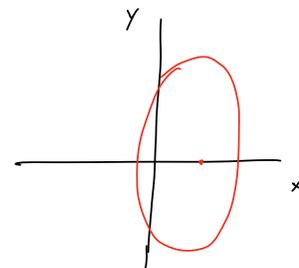
$C(1, 0)$

$a^2 = b^2 + c^2$

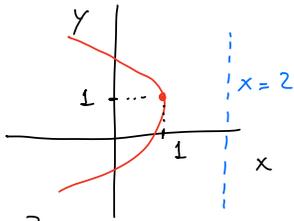
$9 = 4 + c^2$

$c = \sqrt{5}$

$e = \frac{\sqrt{5}}{3}$



3-1)

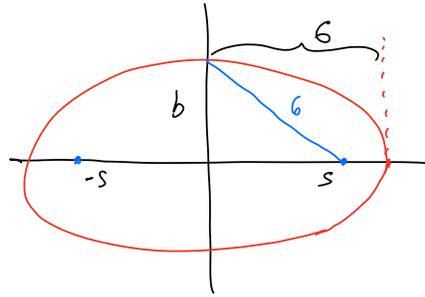


$$p = -2$$

$$(y - y_c)^2 = 2p(x - x_c)$$

$$(y - 1)^2 = -4(x - 1)$$

B)



$$a = 6$$

$$6^2 = b^2 + 5^2$$

$$b^2 = 36 - 25$$

$$b = \sqrt{11}$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$$

4- A) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

$$x = 2 \cos \theta \Rightarrow$$

$$\frac{4 \cos^2 \theta}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{y^2}{16} = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

$$\Rightarrow y = 4 \sin \theta$$

$$\begin{cases} x = 2 \cos \theta \\ y = 4 \sin \theta \end{cases}$$

B) $(x-1)^2 = 2y$

$$x = 1 + t \Rightarrow$$

$$t^2 = 2y$$

$$y = \frac{t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases}$$