Geometria Analítica - Prova 2

Prof. Marco Polo

28 de fevereiro de 2022

Início: 19:00 - duração: 2:30 horas

Só serão consideradas as respostas que forem devidamente justificadas.

Questão 01: A reta

Determine as *equações paramétricas* da reta nos seguintes casos:

(a) **(1,5)** Ela passa pelos pontos $A(1, 2, 0)$ e $B(0, -3, 5)$.

(b) **(1,5)** Ela passa pelo ponto $P(5, 0, 0)$ e é paralela ao vetor $\vec{v} = 2\hat{i} - 4\hat{k}$.

(c) **(1,5)** Ela passa pelo ponto $P(-3, 7, 1)$ e é perpendicular ao plano xy.

Questão 02: O plano

Determine uma *equação geral* do plano nos seguintes casos:

(a) **(1,5)** Ele passa pelos pontos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ e $C(0, 0, 3)$.

(b) **(1,5)** Ele passa pelo ponto $P(0, 2, 3)$ e contém a reta $r : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 5 \\ z = -1 + 4t \end{cases}$

Questão 03: Intersecções e ângulos

(a) **(1,25)** Calcule o ponto de intersecção entre as retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 4t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = -5 + 7t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

(b) **(1,25)** Calcule o ângulo entre os planos

$$\pi_1 : 2x + y - z = 0 \quad \text{e} \quad \pi_2 : x - y - 4 = 0$$

GABARITO

1 – A) $A(1,2,0)$
$B(0,-3,5)$

$$\vec{AB} = (-1,-5,5)$$

$$\Rightarrow \boxed{r: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 5t \\ z = 5t \end{cases}}$$

B) $P(5,0,0)$

$$\parallel \vec{v} = (2,0,-4)$$

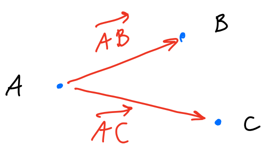
$$\Rightarrow \boxed{r: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 0 \\ z = -4t \end{cases}}$$

c) $P(-3,7,1)$

$$\perp xy \Rightarrow \parallel \vec{v} = (0,0,1)$$

$$\Rightarrow \boxed{r: \begin{cases} x = -3 \\ y = 7 \\ z = 1 + t \end{cases}}$$

2 – A) $A(1,0,0)$
$B(0,2,0)$
$C(0,0,3)$



$$\vec{AB} = (-1,2,0)$$

$$\vec{AC} = (-1,0,3)$$

$$\Rightarrow \pi: \begin{cases} x = 1 - t - h \\ y = 2t \\ z = 3h \end{cases}$$

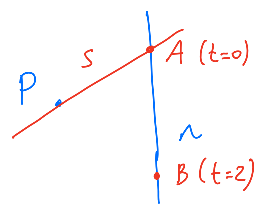
$$\Rightarrow x = 1 - \frac{y}{2} - \frac{z}{3}$$

$$6x = 6 - 3y - 2z$$

$$\boxed{6x + 3y + 2z - 6 = 0}$$

B) $P(0,2,3)$

$$r: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 5 \\ z = -1 + 4t \end{cases}$$



RETA s: PASSA POR P E ATRAVESSA r.

$$\Rightarrow A = (1,5,3) \qquad (t = 0)$$

$$\vec{AP} = (-1,-3,0)$$

$$\Rightarrow \hat{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (12,-4,3) \quad \parallel$$

$$\Rightarrow \pi: \quad 12x - 4y + 3z + d = 0$$

$$A \Rightarrow \quad 0 - 8 + 9 + d = 0$$

$$\Rightarrow d = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{12x - 4y + 3z - 1 = 0}$$

3 _ A)

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 4t \end{cases}$$

$$r_2 : \begin{cases} x = -5 + 7t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + t = -5 + 7t & \Rightarrow 6t = 6 \Rightarrow t = 1 \\ 2 = 2t & \Rightarrow t = 1 \quad \text{ok} \\ 4t = 1 + 3t & \Rightarrow t = 1 \quad \text{ok} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = (2, 2, 4)}$$

B) $\vec{u_1} = (2, 1, -1)$

$\vec{u_2} = (1, -1, 0)$

$$\cos\theta = \frac{|\vec{u_1} \cdot \vec{u_2}|}{|\vec{u_1}|\,|\vec{u_2}|}$$

$$= \frac{|2 - 1 + 0|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{12}}\right)}$$