Eletricidade - Prova 2

Prof. Marco Polo

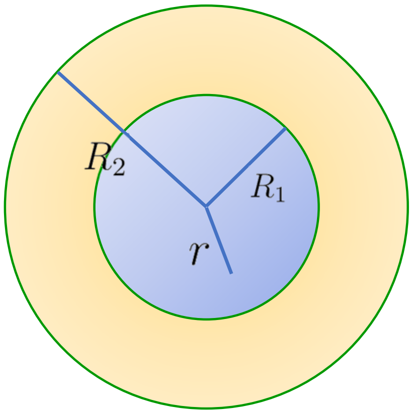
02 de março de 2022

Início: 19:00 - duração: 2:30 horas

Só serão consideradas as respostas que forem devidamente justificadas.

Questão 01:

Uma esfera maciça, não metálica, possui duas concentrações de carga distintas, ambas uniformes. A parte interna (região azul claro) possui carga total $+2Q$, enquanto que a parte externa (região laranja claro) possui carga total $+Q$. Calcule o módulo do campo elétrico a uma distância r do centro da esfera, para os três casos abaixo:



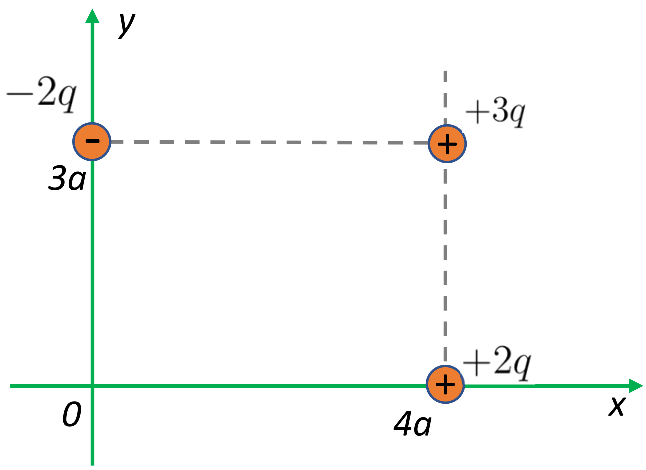
(a) **(1,5)** Em $r < R_1$ (região azul claro).

(b) **(1,5)** Em $R_1 < r < R_2$ (região laranja claro).

(c) **(1,0)** Em $r > R_2$ (fora da esfera).

Questão 02:

Observe o seguinte sistema de três partículas, sendo duas com carga positiva e uma com carga negativa, localizadas nos pontos $(0, 3a)$, $(4a, 0)$ e $(4a, 3a)$.

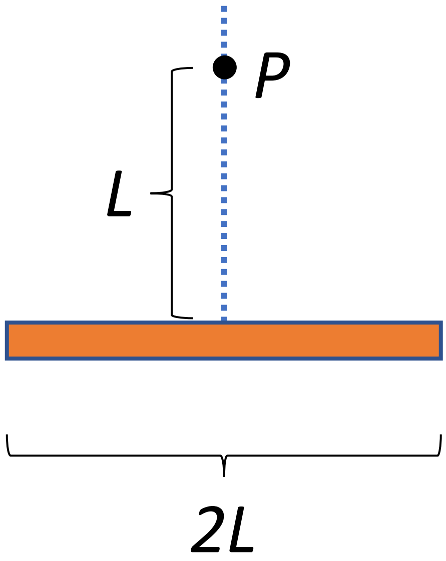


(a) **(1,5)** Calcule o *potencial elétrico* na origem, tomando como referencial o infinito ($V = 0$ a uma distância infinitamente grande das cargas).

(b) **(1,5)** Calcule a *energia potencial elétrica* armazenada nesse sistema de três cargas.

Questão 03: (3,0)

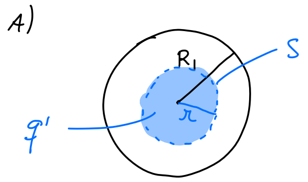
Na figura abaixo temos uma barra de comprimento $2L$ uniformemente carregada com carga Q. Calcule o potencial elétrico no ponto P, localizado a uma distância ortogonal L do ponto médio da barra. Considere $V = 0$ no infinito.



Para resolver esse problema, você pode usar uma tabela de integrais disponível na internet.

GABARITO

A)



$$2Q \longrightarrow \frac{4}{3}\pi R_1^3$$

$$q' \longrightarrow \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{2Q}{q'} = \frac{R_1^3}{r^3}$$

$$\Rightarrow \quad q' = \frac{2Q\, r^3}{R_1^3}$$

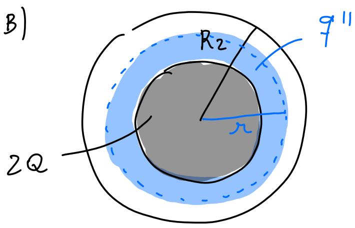
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{2Q\, r^3}{\epsilon_0 \cdot R_1^3}$$

$$E = \frac{2Q\, r^3}{4\pi\epsilon_0 R_1^3 r^2}$$

$$\boxed{E = \frac{Q\, r}{2\pi\epsilon_0 R_1^3}}$$

B)



$$Q \longrightarrow \frac{4}{3}\pi\left(R_2^3 - R_1^3\right)$$

$$q'' \longrightarrow \frac{4}{3}\pi\left(R_2^3 - r^3\right)$$

$$\frac{Q}{q''} = \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^3 - r^3}$$

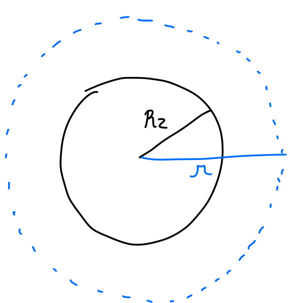
$$q'' = \frac{R_2^3 - r^3}{R_2^3 - R_1^3}\, Q$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{R_2^3 - r^3}{R_2^3 - R_1^3}\,\frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\left(R_2^3 - R_1^3\right)}\,\frac{R_2^3 - r^3}{r^2}}$$

c)



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{2Q + Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}}$$

2-

A) $V = V_1 + V_2 + V_3$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-2q}{3a} + \frac{3q}{5a} + \frac{2q}{4a}\right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}\,\frac{18+15-20}{30}$$

$$\boxed{V = \frac{13q}{120\pi\epsilon_0 a}}$$

B) $U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$

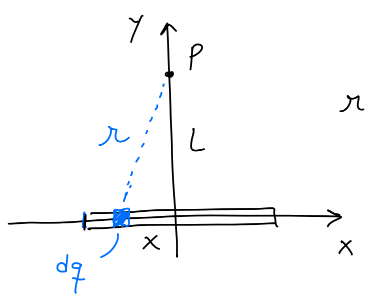
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-2q\cdot 3q}{4a} - \frac{2q\cdot 2q}{5a} + \frac{3q\cdot 2q}{3a}\right)$$

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left(-\frac{3}{2} - \frac{4}{5} + 2\right)$$

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\,\frac{-15-8+20}{10}$$

$$\boxed{U = -\frac{3q^2}{40\pi\epsilon_0 a}}$$

3-



$$r = \sqrt{x^2+L^2}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r}$$

$$\int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{-L}^{L}\frac{\lambda\,dx}{\sqrt{x^2+L^2}}$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\ln\left(x+\sqrt{x^2+L^2}\right)\Big|_{-L}^{L}$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\ln\left(x+\sqrt{x^2+L^2}\right)\Big|_{-L}^{L}$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\ln\left[\frac{L+L\sqrt{2}}{-L+L\sqrt{2}}\right]$$

$$\boxed{V = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 L}\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right)}$$