Eletricidade - Prova 1

Prof. Marco Polo

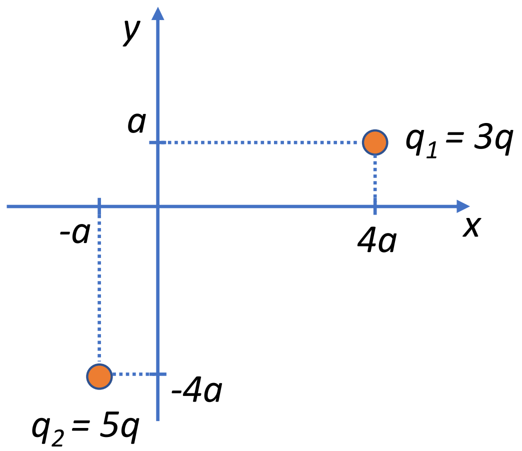
29 de dezembro de 2021

Início: 19:00 - duração: 2:30 horas

Só serão consideradas as respostas que forem devidamente justificadas.

Questão 01: Forças eletrostáticas

Na figura abaixo temos duas cargas positivas localizadas no plano cartesiano segundo as coordenadas indicadas. As cargas valem $q_1 = 3q$ e $q_2 = 5q$, com $q > 0$.

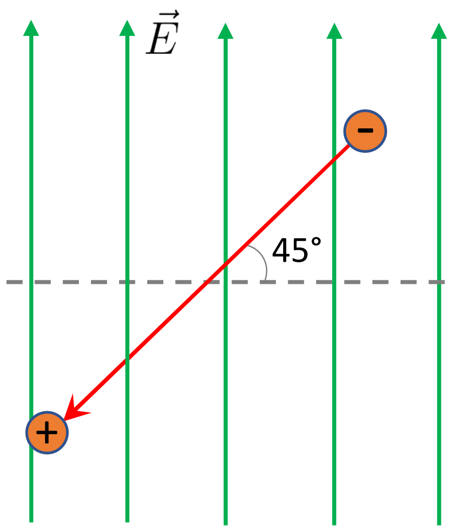


(a) (1,5) Calcule o vetor força elétrica que age na carga q_1.

(b) (1,5) Calcule o vetor força elétrica que age na carga q_2.

Questão 02: Dipolo elétrico em um campo eletrostático

A figura abaixo ilustra um dipolo elétrico formado por duas cargas $q_1 = 2\ \mu$C e $q_2 = -2\ \mu$C separadas por uma distância de 0,5 mm. O dipolo está em uma região que possui um campo elétrico uniforme $\vec{E}$ de intensidade 15 N/C.

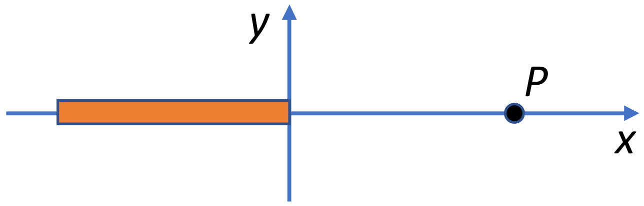


(a) (1,5) Calcule a magnitude do torque exercido pelo campo elétrico no dipolo.

(b) (1,5) Calcule o trabalho que o dipolo realiza quando ele se alinha com o campo elétrico.

Questão 03: Campo de distribuição contínua de carga

A figura abaixo mostra uma barra unidimensional de comprimento L e carregada com carga $Q > 0$ uniformemente distribuída. Ela está localizada no eixo x com uma de suas extremidades na origem do sistema de coordenadas. O ponto P, localizado também no eixo x, está a uma distância L da origem.

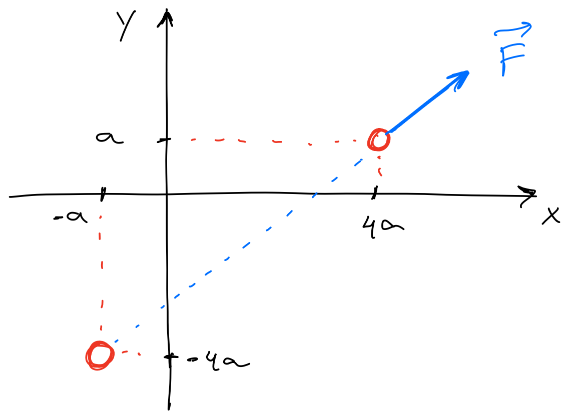


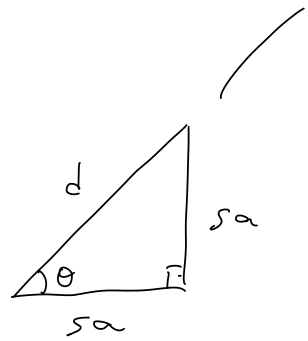
(a) **(3,0)** Calcule o vetor campo elétrico gerado pela barra no ponto P.

(b) **(1,0)** Calcule a força eletrostática exercida em uma partícula de carga $q_0 > 0$ localizada no ponto P. Informe a força como um vetor.

GABARITO

1 -





$$\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$d^2 = 25a^2 \cdot 2$$

$$d = 5a\sqrt{2}$$

A) $$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{3q\cdot 5q}{50a^2} = \frac{15q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 50a^2}$$

$$F_x = |\vec{F}|\cos\theta = |\vec{F}|\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow$$

$$F_y = |\vec{F}|\sin\theta = |\vec{F}|\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{F} = \frac{15q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 50a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\,(\hat{i}+\hat{j})$$

$$\boxed{\vec{F}_1 = \frac{3\sqrt{2}\,q^2}{80\pi\epsilon_0 a^2}\,(\hat{i}+\hat{j})}$$

B) PELA 3ª LEI DE NEWTON,

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\frac{3\sqrt{2}\,q^2}{80\pi\epsilon_0 a^2}\,(\hat{i}+\hat{j})}$$

2 - A) $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

$$|\vec{p}| = q\, d$$

$$|\vec{p}| = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 10 \cdot 10^{-10}$$

$$|\vec{p}| = 10^{-9}\ C \cdot m$$

$$|\vec{\tau}| = |\vec{p}| \cdot |\vec{E}| \cdot \text{sen}\,(135°)$$

$$|\vec{\tau}| = 10^{-9} \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{|\vec{\tau}| = \frac{15\sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-9}\ N \cdot m}$$

B) $W = -\Delta U$

$$W = -\vec{p}_f \cdot \vec{E} + \vec{p}_i \cdot \vec{E}$$

$$W = -q\, d\, E \cos(135°) + q\, d\, E \cos 0°$$

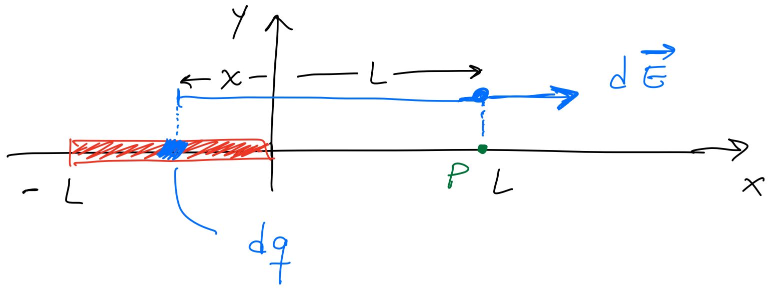
$$W = q\, d\, E \left(\cos 0° - \cos 135° \right)$$

$$W = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 15 \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$W = 150 \cdot 10^{-10} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) J$$

$$\boxed{W = 1{,}5 \cdot 10^{-8} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) J}$$

3 -



A) $d\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \dfrac{dq}{(x+L)^2} \hat{i}$

$dq = \lambda\, dx \Rightarrow$

$d\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \dfrac{\lambda\, dx}{(x+L)^2} \hat{i}$

$E = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda \displaystyle\int_0^L \dfrac{dx}{(x+L)^2}$

$E = \dfrac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left.\dfrac{1}{x+L}\right|_0^L$

$E = \dfrac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\dfrac{1}{2L} - \dfrac{1}{L} \right)$

$E = \dfrac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\dfrac{1}{2L} \right)$

$\Rightarrow \lambda = Q/L$

$$\boxed{\vec{E} = \dfrac{Q}{8\pi\epsilon_0 L^2} \hat{i}}$$

B) $\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{F} = q_0 \cdot \dfrac{Q}{8\pi\epsilon_0 L^2} \hat{i} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \dfrac{q_0 Q}{8\pi\epsilon_0 L^2} \hat{i}}$