



Cálculo Numérico Lista de Problemas 2.1

Departamento de Física de Ji-Paraná
Universidade Federal de Rondônia
Prof. Marco Polo



Questão 01:

Use tanto o método de Euler quanto o método de Runge-Kutta de 4^a ordem clássico para plotar a solução numérica $y(x)$ dos seguintes problemas de valor inicial no intervalo dado e com o passo de integração h informado.

- (a)
$$\begin{cases} y' + 2(x+1)y = 0 \\ y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad h = 0,1 \end{cases}$$
- (b)
$$\begin{cases} xy' + y = x \\ y(1) = 0, \quad 1 \leq x \leq 2, \quad h = 0,1 \end{cases}$$
- (c)
$$\begin{cases} y' = y^2 \cos x \\ y(0) = 1/3, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad h = 0,1 \end{cases}$$
- (d)
$$\begin{cases} e^x y' = y^2 \\ y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 0,5, \quad h = 0,05 \end{cases}$$
- (e)
$$\begin{cases} e^x y' = x^2 y^2 \\ y(0) = 1/3, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad h = 0,2 \end{cases}$$
- (f)
$$\begin{cases} y' - y = y^2 \\ y(2) = 1, \quad 2 \leq x \leq 3, \quad h = 0,1 \end{cases}$$

Questão 02:

A queda livre de uma partícula leve de massa m solta do repouso e se movendo com velocidade v é governada pela equação

$$m\dot{v} = mg - bv, \quad v(0) = 0,$$

onde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ é a aceleração da gravidade e $b/m = 0,2$ é o coeficiente de amortecimento. Escreva um código na sua linguagem preferida para resolver este problema de valor inicial, com $h = 0,05 \text{ s}$, criando uma tabela com as velocidades nos instantes de tempo $t = 0, t = 5 \text{ s}, t = 10 \text{ s}, t = 20 \text{ s}, t = 25 \text{ s}, t = 30 \text{ s}$. Faça um gráfico de $v \times t$ a partir da tabela. Use o método de Runge-Kutta de quarta ordem clássico.

Questão 03:

Considere o problema de valor inicial:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sin t - x \\ x(0) &= 1\end{aligned}$$

- (a) Resolva o problema numericamente com passo de integração $h = 0.1$, de $t = 0$ até $t = 5$. Use o método de Euler.
 - (b) Faça o gráfico da solução com os dados do item (a).
 - (c) Resolva a EDO analiticamente, e aproveite para plotar o erro relativo em função do tempo, de $t = 0$ até $t = 5$.
 - (d) Usando o resultado do item (c), informe o quão pequeno deve ser o passo h para que o erro relativo seja menor do que 1%, no intervalo de tempo usado.
-

Questão 04:

Considere o problema de valor inicial:

$$\begin{aligned}x'(t) &= t/(x+t)^2 \\ x(0) &= 3\end{aligned}$$

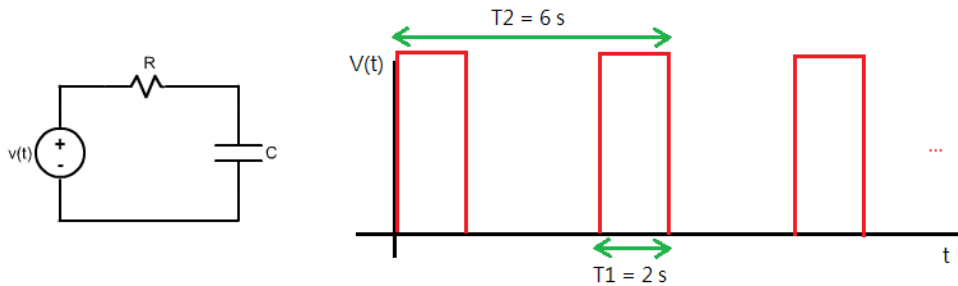
Qual é o valor numérico de $x(10)$?

Questão 05:

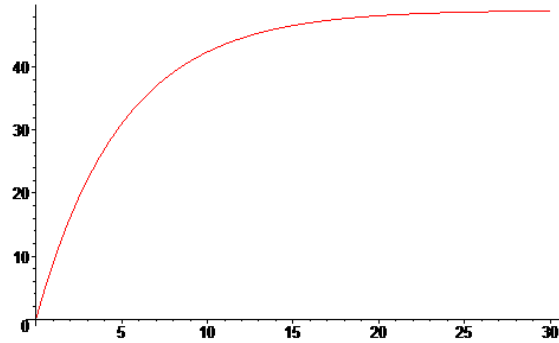
Considere um circuito RC, onde um capacitor ($C = 10 \mu\text{F}$) está ligado a um resistor ($R = 10 \text{ k}\Omega$), sem fonte. Se a carga nas placas do capacitor em um determinado instante vale $20 \mu\text{C}$, determine o intervalo de tempo que a carga no capacitor leva para atingir $5 \mu\text{C}$. Para resolver essa questão, monte a EDO que governa a dinâmica e resolva o problema de valor inicial usando o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

Questão 06:

Considere um circuito RC em série conforme a figura abaixo. A fonte de tensão gera um trem de pulsos quadrados com amplitude 12 V , com os tempos indicados na figura. Sendo $R = 50 \text{ k}\Omega$, $C = 200 \mu\text{F}$ e com o capacitor descarregado em $t = 0$, faça o gráfico da evolução temporal da carga no capacitor. Monte o problema de valor inicial e resolva-o pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem. Represente no mesmo gráfico a tensão alternada e a carga no capacitor.

**Respostas****Questão 01**

Compare sua solução numérica com as soluções exatas indicadas a seguir: (a) $y = e^{-x(x+2)}$ (b) $y = x/2 - 1/(2x)$ (c) $y = 1/(3 - \sin x)$ (d) $y = e^x$ (e) $y = [e^{-x}(x^2 + 2x + 2) + 1]^{-1}$ (f) $y = \frac{1}{2e^{2-x} - 1}$

Questão 02**Questão 03**

$$(c) x(t) = \sin(t)/2 - \cos(t)/2 + 3e^{-t}/2$$

Questão 04

3.648696

Questão 05

≈ 0.14 s

Questão 06