



Cálculo Numérico Lista de Problemas 1.2

Departamento de Física de Ji-Paraná
Universidade Federal de Rondônia
Prof. Marco Polo



Questão 01:

Use o método da eliminação de Gauss para resolver os seguintes sistemas de equações:

$$(a) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 = 8 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 0.6x_1 + 1.3x_2 = 0.2 \\ 2.1x_1 - 3.2x_2 = 3.8 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_2 + 3x_3 = -11 \\ -6x_1 + 9x_2 - 7x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 3x_1 + 5x_3 = -1 \\ -x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 12 \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -18 \end{cases}$$

$$(e) \begin{bmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 0 & 9 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$(f) \begin{bmatrix} 3 & -4 & -1 \\ 0 & 7 & 3 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -47 \end{bmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} -5 & 1 & 16 & -12 \\ 1 & 0 & -4 & 3 \\ 0 & -3 & 10 & -5 \\ 4 & 8 & -24 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -28 \\ 6 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Questão 02:

Use o método iterativo de Jacobi para resolver os seguintes sistemas de equações até aproximação de primeira ordem, partindo da ordem zero indicada.

$$(a) \begin{bmatrix} 1.9 & -0.7 & 0.9 \\ 0.6 & 2.3 & 1.2 \\ -0.8 & 1.3 & 3.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.7 \\ 9.1 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 5 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \\ 16 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 5 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & 1 \\ -2 & 1 & 4 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 28 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Questão 03:

Use o método iterativo de Jacobi para resolver os seguintes sistemas de equações até aproximação de segunda ordem, partindo da ordem zero indicada.

$$(a) \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -5 \\ 12 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} -5 & 4 & 0 \\ 2 & 6 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 11 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Questão 04:

Use o método iterativo de Gauss-Seidel para resolver os seguintes sistemas de equações até aproximação de segunda ordem, partindo da ordem zero indicada.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 10 & 4 \\ -3 & 4 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 48 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 6 & 2 & 6 \\ 2 & 18 & 5 \\ 6 & 5 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -28 \\ 2 \\ -45 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Questão 05:

Escreva um código em alguma linguagem de programação para resolver os seguintes sistemas de equações até aproximação de décima ordem usando o método de Jacobi. Considere o vetor nulo como a aproximação de ordem zero. Compare com o resultado exato obtido a partir de algum sistema algébrico computacional.

$$(a) \begin{bmatrix} 9 & -2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 8 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 1 & 9 & -1 \\ 4 & -1 & 2 & -2 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 0 \\ 17 \\ -3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} -6.5 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 6 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 9 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23.5 \\ -14 \\ 39 \\ 7 \\ 25 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Questão 06:

Faça o mesmo para os sistemas acima, mas agora usando o método iterativo de Gauss-Seidel.

Questão 07:

Para o sistema de equações abaixo, plote o valor de $x_1^{(k)}$ da ordem 1 até a ordem 10 ($k = 10$) usando tanto o método de Jacobi como o de Gauss-Seidel. Plote também um gráfico com o erro percentual, tomando como referência o valor exato de x_1 a partir da solução do sistema usando algum sistema algébrico computacional.

$$\begin{bmatrix} -6 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 7 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 9 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & 8 & 2 \\ -2 & 4 & 1 & -5 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 1 \\ 8 \\ 2 \\ -9 \end{bmatrix}$$

Questão 08:

Considere o sistema de equações

$$\begin{bmatrix} 8 & 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 6 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -5 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & -1 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 16 \\ -9 \\ -10 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Encontre, usando o método iterativo de Jacobi, a solução em aproximação de ordem 10 partindo de diferentes soluções em ordem zero:

$$(a) \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(b) \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(c) \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -20 \\ 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(d) \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ 2 \\ 14 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

Plote também, em um mesmo gráfico, $\vec{x}_1^{(k)}$ em função da ordem de aproximação k , para k variando de 1 a 10. Há convergência para um mesmo valor?

Respostas

Questão 01

$$(a) \vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (b) \vec{x} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.4 \end{bmatrix} \quad (c) \vec{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix} \quad (d) \vec{x} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (e)$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -5/6 \\ 1/3 \\ -9/2 \end{bmatrix} \quad (f) \vec{x} = \begin{bmatrix} -55/46 \\ -142/23 \\ 971/46 \end{bmatrix} \quad (g) \vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Questão 02

$$(a) \vec{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} .3157894737 \\ -.4782608696 \\ 3.093750000 \end{bmatrix} \quad (b) \vec{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ -2 \\ 7/5 \end{bmatrix} \quad (c) \vec{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4/3 \\ 5/4 \\ -2/5 \\ 11/6 \end{bmatrix} \quad (d)$$

$$\vec{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 8/5 \\ 27/7 \\ -1/4 \end{bmatrix}$$

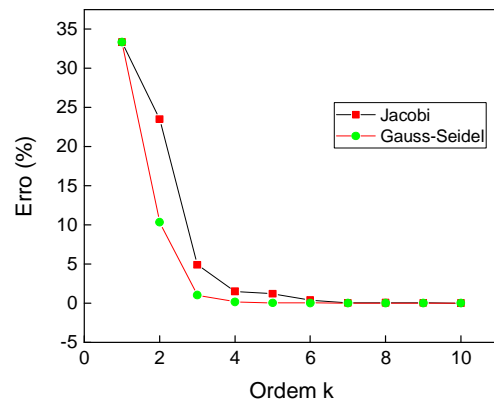
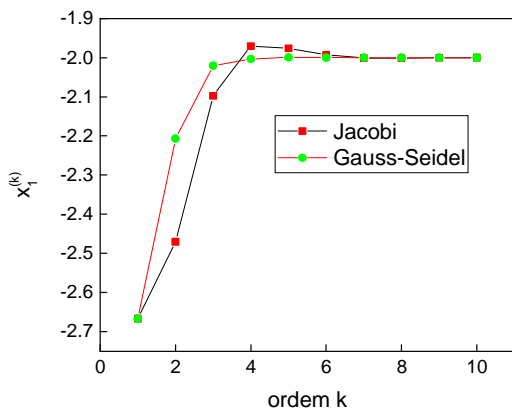
Questão 03

$$(a) \vec{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} -20/3 \\ 149/48 \\ 49/12 \end{bmatrix} \quad (b) \vec{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} -32/15 \\ 44/15 \\ -52/45 \end{bmatrix}$$

Questão 04

$$(a) \vec{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} -31/50 \\ 389/150 \\ 1073/900 \end{bmatrix} \quad (b) \vec{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} -539/144 \\ 2191/2592 \\ -69383/41472 \end{bmatrix}$$

Questão 07



Questão 08

