Cálculo Diferencial e Integral - Prova 2

Prof. Marco Polo

20 de abril de 2023

Início: 19:00 - duração: 2:30 horas

Só serão consideradas as respostas que forem devidamente justificadas.
É proibido o uso de calculadoras, smartphones ou computadores.
É obrigatório simplificar todas as duas respostas.

Questão 01: Derivadas

Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) (1,0) $f(x) = \dfrac{2x^7}{7} - 4x$

(b) (1,0) $y = e^x \cos(5x)$

(c) (1,0) $y = \dfrac{2x-9}{\operatorname{sen}(x^2-1)}$

(d) (1,0) $f(x) = (5x^4 - 2x)e^{-x^2}$

(e) (1,0) $F(t) = 1 + \cos[3t^2 + \ln(t)]$

(f) (1,0) $g(t) = \ln(3 + 5t^3)$

(g) (1,0) $h(s) = \sqrt[3]{e^{3s-1}}$

(h) (1,0) $g(x) = \cosh(x^3 + 1)$

Questão 02: Limites

Use a regra de L'Hôpital para calcular os seguintes limites:

(a) (1,0) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^2 - 5x + 6}{7x^2}$

(b) (1,0) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$

GABARITO

1- A) $f(x) = \frac{2x^7}{7} - 4x$

$f'(x) = \frac{2}{7} \cdot 7x^6 - 4$

$\boxed{f'(x) = 2x^6 - 4}$

B) $y = e^x \cos(5x)$

$y' = e^x \cos(5x) - e^x \operatorname{sen}(5x) \cdot 5$

$\boxed{y' = e^x [\cos(5x) - 5 \operatorname{sen}(5x)]}$

c) $y = \frac{2x - 9}{\operatorname{sen}(x^2-1)}$

$y' = \frac{2 \operatorname{sen}(x^2-1) - (2x-9)\cos(x^2-1) \cdot 2x}{\operatorname{sen}^2(x^2-1)}$

$\boxed{y' = \frac{2 \operatorname{sen}(x^2-1) - 2x(2x-9)\cos(x^2-1)}{\operatorname{sen}^2(x^2-1)}}$

D) $f(x) = (5x^4 - 2x)\, e^{-x^2}$

$f'(x) = (20x^3 - 2)\, e^{-x^2} + (5x^4 - 2x) \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x)$

$\boxed{f'(x) = (-10x^5 + 20x^3 + 4x^2 - 2)\, e^{-x^2}}$

E) $F(t) = 1 + \cos[3t^2 + \ln(t)]$

$F'(t) = \operatorname{sen}[3t^2 + \ln(t)] \cdot \left(6t + \frac{1}{t}\right)$

$\boxed{F'(t) = \left(6t + \frac{1}{t}\right) \operatorname{sen}[3t^2 + \ln(t)]}$

F) $g(t) = \ln(3 + 5t^3)$

$g'(t) = \frac{1}{3 + 5t^3} \cdot 15t^2$

$\boxed{g'(t) = \frac{15t^2}{3 + 5t^3}}$

G) $h(s) = \sqrt[3]{e^{3s} - 1}$

$h(s) = (e^{3s} - 1)^{1/3}$

$h'(s) = \frac{1}{3}(e^{3s} - 1)^{-2/3} \cdot e^{3s} \cdot 3$

$\boxed{h'(s) = \frac{e^{3s}}{(e^{3s} - 1)^{2/3}}}$

H) $g(x) = \cosh(x^3 + 1)$

$g'(x) = \operatorname{senh}(x^3 + 1) \cdot 3x^2$

$\boxed{g'(x) = 3x^2 \operatorname{senh}(x^3 + 1)}$

2- A) $\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 - 5x + 6}{7x^2} = \left(\text{"}\frac{\infty}{\infty}\text{"}\right)$

$= \lim_{x \to \infty} \frac{10x - 5}{14x}$

$= \lim_{x \to \infty} \frac{10}{14} = \boxed{\frac{5}{7}}$

B) $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = \left(\text{"}\frac{0}{0}\text{"}\right)$

$= \lim_{x \to 0} \frac{e^x}{1}$

$= \lim_{x \to 0} e^x = \boxed{1}$