



Cálculo Diferencial e Integral Lista de Problemas 3.2

Departamento de Física de Ji-Paraná
Universidade Federal de Rondônia
Prof. Marco Polo



Questão 01

Calcule a integral.

(a) $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x) dx$

(b) $\int_1^4 (5 - 2t + 3t^2) dt$

(c) $\int_0^1 x^{4/5} dx$

(d) $\int_1^2 \frac{3}{t^4} dt$

(e) $\int_0^2 x(2 + x^5) dx$

(f) $\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$

(g) $\int_0^{\pi/4} \sec^2 t dt$

(h) $\int_1^2 (1 + 2y)^2 dy$

(i) $\int_1^2 \frac{v^3 + 3v^6}{v^4} dv$

(j) $\int_0^1 (x^e + e^x) dx$

(k) $\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{8}{1+x^2} dx$

$$(l) \int_{-1}^1 e^{u+1} du$$

$$(m) \int_0^\pi f(x) dx, \text{ onde } f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } 0 \leq x < \pi/2 \\ \cos x & \text{se } \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Questão 02

A função erro dada por

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

é muito usada em física, probabilidade, estatística e engenharia. Mostre que

$$\int_a^b e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(b) - \operatorname{erf}(a)].$$

Questão 03

Calcule o limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^3}{n^4} + \frac{2^3}{n^4} + \frac{3^3}{n^4} + \cdots + \frac{n^3}{n^4} \right),$$

reconhecendo primeiro a soma como uma soma de Riemann para uma função definida em $[0, 1]$.

Questão 04

Encontre uma função f e um número a tais que

$$6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x} \quad \text{para todo } x > 0$$

Questão 05

Verifique, por derivação, que a fórmula está correta.

$$(a) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \sqrt{x^2+1} + C$$

$$(b) \int \cos^2 x \, dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$$

$$(c) \int \cos^3 x \, dx = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$$

$$(d) \int \frac{x}{\sqrt{a+bx}} \, dx = \frac{2}{3b^2}(bx-2a)\sqrt{a+bx} + C$$

Questão 06

Encontre a integral indefinida geral.

$$(a) \int (x^2 + x^{-2}) \, dx$$

$$(b) \int \left(x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x - 2 \right) \, dx$$

$$(c) \int (u+4)(2u+1) \, du$$

$$(d) \int \frac{x^3 - 2\sqrt{x}}{x} \, dx$$

$$(e) \int \sin x + \sinh x \, dx$$

$$(f) \int (1 + \tan^2 \alpha) \, d\alpha$$

Questão 07

Encontre a integral.

$$(a) \int_0^2 (6x^2 - 4x + 5) \, dx$$

$$(b) \int_{-2}^0 \left(\frac{1}{2}t^4 + \frac{1}{4}t^3 - t \right) \, dt$$

$$(c) \int_0^2 (2x-3)(4x^2+1) \, dx$$

$$(d) \int_0^{\pi} (5e^x + 3 \sin x) dx$$

$$(e) \int_1^4 \left(\frac{4 + 6u}{\sqrt{u}} \right) du$$

$$(f) \int_0^1 x(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}) dx$$

$$(g) \int_1^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right) dx$$

$$(h) \int_0^{\pi/4} \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$(i) \int_1^{64} \left(\frac{1 + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$(j) \int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}}$$

$$(k) \int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{t^2 - 1}{t^4 - 1} dt$$

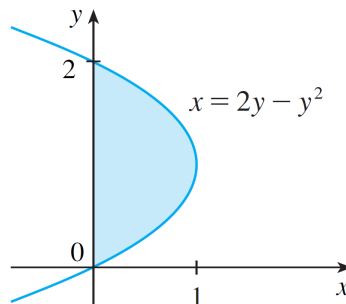
$$(l) \int_{-1}^2 (x - 2|x|) dx$$

Questão 08

A área da região que está à direita do eixo y e à esquerda da parábola $x = 2y - y^2$ (a região sombreada na figura) é dada pela integral

$$\int_0^2 (2y - y^2) dy.$$

Encontre a área da região.



Questão 09

Se vazar óleo de um tanque a uma taxa de $r(t)$ galões por minuto em um instante t , o que $\int_0^{120} r(t)dt$ representa?

Respostas**Questão 1**

(a) $\frac{3}{4}$ (b) 63 (c) $\frac{5}{9}$ (d) $\frac{7}{8}$ (e) $\frac{156}{7}$ (f) $\frac{40}{3}$ (g) 1 (h) $\frac{49}{3}$ (i) $\ln 2 + 7$ (j) $\frac{1}{e+1} + e - 1$ (k) $4\pi/3$ (l) $e^2 - 1$ (m) 0

Questão 3

(a) $\frac{1}{4}$

Questão 4

$f(x) = x^{3/2}$, $a = 9$

Questão 6

(a) $\frac{1}{3}x^3 - (1/x) + C$ (b) $\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{8}x^2 - 2x + C$ (c) $\frac{2}{3}u^3 + \frac{9}{2}u^2 + 4u + C$ (d) $\frac{1}{3}x^3 - 4\sqrt{x} + C$ (e) $-\cos x + \cosh x + C$ (f) $\tan \alpha + C$

Questão 7

(a) 18 (b) $\frac{21}{5}$ (c) -2 (d) $5e^\pi + 1$ (e) 36 (f) $\frac{55}{63}$ (g) $\frac{3}{4} - 2\ln 2$ (h) $\frac{1}{11} + \frac{9}{\ln 10}$ (i) $1 + \pi/4$ (j) $\frac{256}{5}$ (k) $\pi/3$ (l) $\pi/6$ (m) -3, 5

Questão 8

$\frac{4}{3}$

Questão 9

Número de litros de óleo vazado nas primeiras horas.