



Cálculo Diferencial e Integral Lista de Problemas 2.4

Departamento de Física de Ji-Paraná
Universidade Federal de Rondônia
Prof. Marco Polo



Questão 01

Para as funções abaixo, (i) encontre os intervalos onde f é crescente ou decrescente, (ii) encontre máximos e mínimos locais de f e (iii) encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.

- (a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
- (b) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$
- (c) $f(x) = \sin x + \cos x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$
- (d) $f(x) = e^{2x} + e^{-x}$
- (e) $f(x) = x^2 - x - \ln x$

Questão 02

Para as funções abaixo, (i) encontre os intervalos em que a função é crescente ou decrescente, (ii) encontre máximos e mínimos locais, (iii) encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão e (iv) use as informações anteriores para esboçar o gráfico. Verifique seu trabalho através de um sistema algébrico computacional.

- (a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$
- (b) $f(x) = 2 + 2x^2 - x^4$
- (c) $h(x) = (x + 1)^5 - 5x - 2$
- (d) $F(x) = x\sqrt{6 - x}$
- (e) $C(x) = x^{1/3}(x + 4)$
- (f) $f(\theta) = 2 \cos \theta + \cos^2 \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$

Questão 03

Mostre que os pontos de inflexão da curva $y = x \sin x$ estão sobre a curva $y^2(x^2 + 4) = 4x^2$.

Questão 04

Mostre que as curvas $y = e^{-x}$ e $y = -e^{-x}$ tocam a curva $y = e^{-x} \sin x$ em seu ponto de inflexão.

Questão 05

Se a função $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ tem o valor mínimo local de $-\frac{2}{9}\sqrt{3}$ em $x = 1/\sqrt{3}$, quais são os valores de a e b ?

Respostas

Questão 1

(a) Cres. em $(-\infty, -3)$, $(2, \infty)$; decres. em $(-3, 2)$; Máx. loc. em $x = -3$; mín. loc. em $x = 2$; CC(concavidade para cima) em $(-1/2, \infty)$; CB(concavidade para baixo) em $(-\infty, -1/2)$; pt. inflex. em $x = -1/2$ (b) Cres. em $(-1, 0)$, $(1, \infty)$; decres. em $(-\infty, -1)$, $(0, 1)$; Máx. loc. em $x = 0$; mín. loc. em $x = \pm 1$; CC em $(-\infty, -\sqrt{3}/3)$, $(\sqrt{3}/3, \infty)$; CB em $(-\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3)$; pt. inflex. em $x = \pm\sqrt{3}/3$ (c) Cres. em $(0, \pi/4)$, $(5\pi/4, 2\pi)$; decres. em $(\pi/4, 5\pi/4)$; Máx. loc. em $x = \pi/4$; mín. loc. em $x = 5\pi/4$; CC em $(3\pi/4, 7\pi/4)$; CB em $(0, 3\pi/4)$, $(7\pi/4, 2\pi)$; pt. inflex. em $x = 3\pi/4$ e $x = 7\pi/4$ (d) Cres. em $(-\frac{1}{3}\ln 2, \infty)$; decres. em $(-\infty, -\frac{1}{3}\ln 2)$; mín. loc. em $x = -\frac{1}{3}\ln 2$; CC em $(-\infty, \infty)$ (e) Cres. em $(1, \infty)$; decres. em $(0, 1)$; mín. loc. em $x = 1$; CC em $(0, \infty)$; sem pt. inflex.

Questão 2

(a) Cres. em $(-\infty, -1)$, $(2, \infty)$; decres. em $(-1, 2)$; Máx. loc. em $x = -1$ e $x = 2$; mín. loc. em $x = 2$; CC em $(1/2, \infty)$; CB em $(-\infty, 1/2)$; pt. inflex. em $x = 1/2$ (b) Cres. em $(-\infty, -1)$, $(0, 1)$; decres. em $(-1, 0)$, $(1, \infty)$; Máx. loc. em $x = -1$, $x = 1$; mín. loc. em $x = 0$; CC em $(-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$; CB em $(-\infty, -1/\sqrt{3})$, $(1/\sqrt{3}, \infty)$; pt. inflex. em $x = \pm 1/\sqrt{3}$ (c) Cres. em $(-\infty, -2)$, $(0, \infty)$; decres. em $(-2, 0)$; Máx. loc. em $x = -2$; mín. loc. em $x = 0$; CC em $(-1, \infty)$; CB em $(-\infty, -1)$; pt. inflex. em $x = -1$ (d) Cres. em $(-\infty, 4)$; decres. em $(4, 6)$; Máx. loc. em $x = 4$; CC em $(-\infty, 6)$ Sem pt. inflex. (e) Cres. em $(-1, \infty)$; decres. em $(-\infty, -1)$; mín. loc. em $x = -1$; CC em $(-\infty, 0)$, $(2, \infty)$; CB em $(0, 2)$; pt. inflex. em $x = 0$ e $x = 2$ (f) Cres. em $(\pi, 2\pi)$; decres. em $(0, \pi)$; mín. loc. em $\theta = \pi$; CC em $(\pi/3, 5\pi/3)$; CB em $(0, \pi/3)$, $(5\pi/3, 2\pi)$; pt. inflex. em $\theta = \pi/3$ e $\theta = 5\pi/3$

Questão 5

$a = 0$ e $b = -1$