



## Cálculo Diferencial e Integral Lista de Problemas 2.2

Departamento de Física de Ji-Paraná  
Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Marco Polo



---

### Questão 01

Derive a função.

(a)  $f(x) = \sin(\ln x)$

(b)  $f(x) = \sqrt[5]{\ln x}$

(c)  $f(x) = \log_{10}(x^3 + 1)$

(d)  $f(x) = \sin x \ln(5x)$

(e)  $g(x) = \ln(x\sqrt{x^2 - 1})$

(f)  $G(y) = \ln \frac{(2y + 1)^5}{\sqrt{y^2 + 1}}$

(g)  $F(s) = \ln \ln s$

(h)  $y = \tan[\ln(ax + b)]$

(i)  $y = \ln(e^{-x} + xe^{-x})$

(j)  $y = 2x \log_{10} \sqrt{x}$

---

### Questão 02

Seja  $f(x) = cx + \ln(\cos x)$ . Para qual valor de  $c$  ocorre  $f'(\pi/4) = 6$ ?

---

**Questão 03**

Encontre a derivada da função. Simplifique quando possível.

(a)  $y = \tan^{-1} \sqrt{x}$

(b)  $y = \sin^{-1}(2x + 1)$

(c)  $G(x) = \sqrt{1 - x^2} \arccos x$

(d)  $h(t) = \cot^{-1}(t) + \cot^{-1}(1/t)$

(e)  $y = x \sin^{-1} x + \sqrt{1 - x^2}$

(f)  $y = \arccos \left( \frac{b + a \cos x}{a + b \cos x} \right), 0 \leq x \leq \pi, a > b > 0$

**Questão 04**

Encontre o valor numérico de cada expressão.

(a)  $\sinh 0$

(b)  $\cosh 0$

(c)  $\sinh(\ln 2)$

(d)  $\sinh 2$

(e)  $\operatorname{sech} 0$

(f)  $\cosh^{-1} 1$

**Questão 05**

Demonstre as identidades abaixo.

(a)  $\sinh(-x) = -\sinh(x)$

(b)  $\cos(-x) = \cosh(x)$

(c)  $\cosh x + \sinh x = e^x$

(d)  $\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$

(e)  $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$

**Questão 06**

Encontre a derivada. Simplifique quando possível.

(a)  $f(x) = x \sinh x - \cosh x$

(b)  $h(x) = \ln(\cosh x)$

(c)  $y = e^{\cosh 3x}$

(d)  $f(t) = \operatorname{sech}^2(e^t)$

(e)  $G(x) = \frac{1 - \cosh x}{1 + \cosh x}$

(f)  $y = \cosh^{-1} \sqrt{x}$

(g)  $y = x \sinh^{-1}(x/3) - \sqrt{9 + x^2}$

(h)  $y = \operatorname{coth}^{-1}(\sec x)$ 

---

**Questão 07**

O deslocamento de uma partícula em uma corda vibrante é dado pela equação  $s(t) = 10 + \frac{1}{4} \sin(10\pi t)$  onde  $s$  é dado em centímetros e  $t$ , em segundos. Encontre a velocidade da partícula após  $t$  segundos.

---

**Questão 08**

O movimento de uma mola sujeita a uma força de atrito ou a uma força de amortecimento (tal como o amortecedor de um carro) é frequentemente modelado pelo produto de uma função exponencial em uma função seno ou cosseno. Suponha que a equação de movimento de um ponto dessa mola seja

$$s(t) = 2e^{-1,5t} \sin 2\pi t$$

onde  $s$  é medido em centímetros e  $t$ , em segundos. Encontre a velocidade após  $t$  segundos e faça o gráfico das funções posição e velocidade para  $0 \leq t \leq 2$ .

---

**Questão 09**

Encontre as constantes  $A$  e  $B$  de forma que a função  $y = A \sin x + B \cos x$  satisfaça a equação diferencial  $y'' + y' - 2y = 0$ .

## Respostas

### Questão 1

$$(a) f'(x) = \frac{\cos(\ln x)}{x} \quad (b) f'(x) = \frac{1}{5x^5 \sqrt[5]{(\ln x)^4}} \quad (c) f'(x) = \frac{3x^2}{(x^3 + 1) \ln 10} \quad (d) f'(x) = \frac{\sin x}{x} + \cos x \ln(5x)$$

$$(e) g'(x) = \frac{2x^2 - 1}{x(x^2 - 1)} \quad (f) G'(y) = \frac{10}{2y + 1} - \frac{y}{y^2 + 1} \quad (g) F'(s) = \frac{1}{s \ln s}$$

$$(h) y' = \sec^2(\ln(ax + b)) \frac{a}{ax + b} \quad (i) y' = \frac{-x}{1 + x} \quad (j) y' = \frac{1}{\ln 10} + \log_{10} x$$

### Questão 2

7

### Questão 3

$$(a) y' = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)} \quad (b) y' = \frac{1}{\sqrt{-x^2-x}} \quad (c) G'(x) = -1 - \frac{x \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} \quad (d) h'(t) = 0$$

$$(e) y' = \sin^{-1} x \quad (f) y' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a + b \cos x}$$

### Questão 4

$$(a) 0 \quad (b) 1 \quad (c) \frac{3}{4} \quad (d) \frac{1}{2}(e^2 - e^{-2}) \quad (e) 1 \quad (f) 0$$

### Questão 5

$$(\pi/2 + 2n\pi, 3) \text{ e } (3\pi/2 + 2n\pi, -1), n \text{ um inteiro.}$$

### Questão 6

$$(a) f'(x) = x \cosh x \quad (b) h'(x) = \tanh x \quad (c) y' = 3e^{\cosh 3x} \sinh 3x \quad (d) f'(t) = -2e^t \operatorname{sech}^2(e^t) \tanh(e^t)$$

$$(e) G'(x) = \frac{-2 \sinh x}{(1 + \cosh x)^2} \quad (f) y' = \frac{1}{2\sqrt{x}(x-1)} \quad (g) y' = \sinh^{-1}(x/3) \quad (h) y' = -\csc x$$

### Questão 7

$$v(t) = \frac{5}{2}\pi \cos(10\pi t) \text{ cm/s}$$

### Questão 8

$$v(t) = 2e^{-1,5t}(2\pi \cos 2\pi t - 1, 5 \sin 2\pi t)$$

### Questão 9

$$A = -\frac{3}{10}, B = -\frac{1}{10}$$