



## Cálculo Diferencial e Integral Lista de Problemas 2.1

Departamento de Física de Ji-Paraná  
Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Marco Polo



### Questão 01

Derive.

(a)  $f(x) = 3x^2 - 2 \cos x$

(b)  $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cot x$

(c)  $g(t) = t^3 \cos t$

(d)  $h(\theta) = \csc \theta + e^\theta \cot \theta$

(e)  $y = \frac{x}{2 - \tan x}$

(f)  $f(\theta) = \frac{\sec \theta}{1 + \sec \theta}$

(g)  $y = \frac{t \sin \theta}{1 + t}$

(h)  $f(x) = xe^x \csc x$

### Questão 02

Demonstre que

(a)  $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$

(b)  $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

(c)  $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$

**Questão 03**

Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado

(a)  $y = \sec x, \quad (\pi/3, 2)$

(b)  $y = \cos x - \sin x, \quad (\pi, -1)$

---

**Questão 04**

Encontre a derivada da função.

(a)  $F(x) = (x^4 + 3x^2 - 2)^5$

(b)  $F(x) = \sqrt[4]{1 + 2x + x^3}$

(c)  $g(t) = \frac{1}{(t^4 + 1)^3}$

(d)  $y = \cos(a^3 + x^3)$

(e)  $y = xe^{-kx}$

(f)  $f(x) = (2x - 3)^4(x^2 + x + 1)^5$

(g)  $h(t) = (t + 1)^{2/3}(2t^2 - 1)^3$

(h)  $y = \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^3$

(i)  $y = \sqrt{1 + 2e^{3x}}$

(j)  $y = 5^{-1/x}$

(k)  $y = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 1}}$

(l)  $F(t) = e^{t \sin 2t}$

(m)  $y = \sin(\tan 2x)$

(n)  $y = 2^{\sin \pi x}$

(o)  $y = \cos\left(\frac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}\right)$

(p)  $y = \cot^2(\sin \theta)$

(q)  $f(t) = \tan(e^t) + e^{\tan t}$

(r)  $f(t) = \sin^2(e^{\sin^2 t})$

(s)  $g(x) = (2ra^{rx} + n)^p$

(t)  $y = \cos \sqrt{\sin(\tan \pi x)}$

---

**Questão 05**

Encontre todos os pontos do gráfico da função  $f(x) = 2 \sin x + \sin^2 x$  nos quais a reta tangente é horizontal.

---

**Questão 06**

Encontre a 50ª derivada de  $y = \cos 2x$ .

---

**Questão 07**

O deslocamento de uma partícula em uma corda vibrante é dado pela equação  $s(t) = 10 + \frac{1}{4} \sin(10\pi t)$  onde  $s$  é dado em centímetros e  $t$ , em segundos. Encontre a velocidade da partícula após  $t$  segundos.

---

**Questão 08**

O movimento de uma mola sujeita a uma força de atrito ou a uma força de amortecimento (tal como o amortecedor de um carro) é frequentemente modelado pelo produto de uma função exponencial em uma função seno ou cosseno. Suponha que a equação de movimento de um ponto dessa mola seja

$$s(t) = 2e^{-1,5t} \sin 2\pi t$$

onde  $s$  é medido em centímetros e  $t$ , em segundos. Encontre a velocidade após  $t$  segundos e faça o gráfico das funções posição e velocidade para  $0 \leq t \leq 2$ .

---

**Questão 09**

Encontre as constantes  $A$  e  $B$  de forma que a função  $y = A \sin x + B \cos x$  satisfaça a equação diferencial  $y'' + y' - 2y = 0$ .

**Respostas****Questão 1**

(a)  $f'(x) = 6x + 2 \sin x$  (b)  $f'(x) = \cos x - \frac{1}{2} \csc^2 x$  (c)  $g'(t) = 3t^2 \cos t - t^3 \sin t$   
(d)  $h'(\theta) = -\csc \theta \cot \theta + e^\theta (\cot \theta - \csc^2 \theta)$  (e)  $y' = \frac{2 - \tan x + x \sec^2 x}{(2 - \tan x)^2}$  (f)  $f'(\theta) = \frac{\sec \theta \tan \theta}{(1 + \sec \theta)^2}$  (g)  $y' = \frac{(t^2 + t) \cos t + \sin t}{(1 + t)^2}$  (h)  $f'(x) = e^x \csc x (-x \cot x + x + 1)$

**Questão 3**

(a)  $y = 2\sqrt{3}x - \frac{2}{3}\sqrt{3}\pi + 2$  (b)  $y = x - \pi - 1$

**Questão 4**

(a)  $F'(x) = 10x(x^4 + 3x^2 - 2)^4(2x^2 + 3)$  (b)  $F'(x) = \frac{2 + 3x^2}{4(1 + 2x + x^3)^{3/4}}$  (c)  $g'(t) = -\frac{12t^3}{(t^4 + 1)^4}$  (d)  $y' = -3x^2 \sin(a^3 + x^3)$  (e)  $y' = e^{-kx}(-kx + 1)$  (f)  $f'(x) = (2x + 3)^3(x^2 + x + 1)^4(28x^2 - 12x - 7)$  (g)  $h'(t) = \frac{2}{3}(t + 1)^{-1/3}(2t^2 - 1)^2(20t^2 + 18t - 1)$  (h)  $y' = \frac{-12x(x^2 + 1)^2}{(x^2 - 1)^4}$  (i)  $y' = \frac{3e^{3x}}{\sqrt{1 + 2e^{3x}}}$  (j)  $y' = 5^{-1/x}(\ln 5)/x^2$  (k)  $y' = (r^2 + 1)^{-3/2}$  (l)  $F'(t) = e^{t \sin 2t}(2t \cos 2t + \sin 2t)$  (m)  $y' = 2 \cos(\tan 2x) \sec^2(2x)$  (n)  $y' = 2^{\sin \pi x}(\pi \ln 2) \cos \pi x$  (o)  $y' = \frac{4e^{2x}}{(1 + e^{2x})^2} \sin \frac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}$  (p)  $y' = -2 \cos \theta \cot(\sin \theta) \csc^2(\sin \theta)$  (q)  $f'(t) = \sec^2(e^t)e^t + e^{\tan t} \sec^2 t$  (r)  $f'(t) = 4 \sin(e^{\sin^2 t}) \cos(e^{\sin^2 t}) e^{\sin^2 t} \sin t \cos t$  (s)  $g'(x) = 2r^2 p(\ln a)(2ra^{rx+n})^{p-1} a^{rx}$  (t)  $y' = \frac{-\pi \cos(\tan \pi x) \sec^2(\pi x) \sin \sqrt{\sin(\tan \pi x)}}{2\sqrt{\sin(\tan \pi x)}}$

**Questão 5**

$(\pi/2 + 2n\pi, 3)$  e  $(3\pi/2 + 2n\pi, -1)$ ,  $n$  um inteiro.

**Questão 6**

$-2^{50} \cos 2x$

**Questão 7**

$v(t) = \frac{5}{2}\pi \cos(10\pi t)$  cm/s

**Questão 8**

$v(t) = 2e^{-1,5t}(2\pi \cos 2\pi t - 1, 5 \sin 2\pi t)$

**Questão 9**

$A = -\frac{3}{10}, B = -\frac{1}{10}$