



Cálculo Diferencial e Integral Lista de Problemas 1.2

Departamento de Física de Ji-Paraná
Universidade Federal de Rondônia
Prof. Marco Polo



Questão 01

O ponto $P(2, -1)$ está sobre a curva $y = 1/(1 - x)$.

- (a) Se Q é o ponto $(x, 1/(1 - x))$, use sua calculadora para determinar a inclinação da reta secante PQ , com precisão de 6 casas decimais, para os seguintes valores de x : (i) 1,5, (ii) 1,9, (iii) 1,99, (iv) 1,999, (v) 2,5, (vi) 2,1, (vii) 2,01, (viii) 2,001.
- (b) Usando os resultados do item (a), estime o valor da inclinação da reta tangente à curva no ponto $P(2, -1)$.
- (c) Usando o resultado do item (b), encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto $P(2, -1)$.

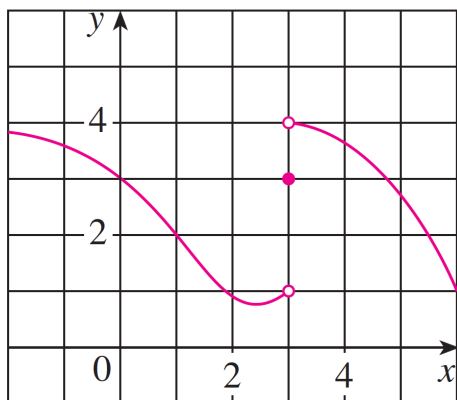
Questão 02

Uma bola é atirada no ar com velocidade de 10 m/s. Sua altura após t metros é dada por $y = 10t - 4,9t^2$.

- (a) Encontre a velocidade média para o período de tempo que começa quando $t = 1,5$ s e dura (i) 0,5 s, (ii) 0,1 s, (iii) 0,05 s, (iv) 0,01 s.
- (b) Estime a velocidade instantânea quando $t = 1,5$ s.

Questão 03

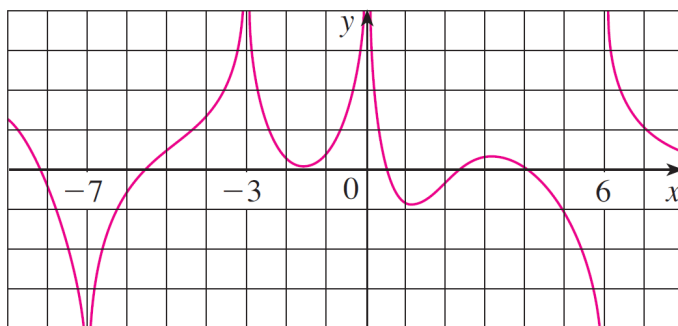
Para a função f , cujo gráfico é dado, diga o valor de cada quantidade indicada, se ela existir. Se não existir, explique porquê.



- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$
- (e) $f(3)$

Questão 04

Para a função f cujo gráfico é mostrado a seguir, determine o seguinte:



- (a) $\lim_{x \rightarrow -7} f(x)$
- (b) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

- (d) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$
- (f) As equações das assíntotas verticais.
-

Questão 05

Determine os seguintes limites:

- (a) $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x+2}{x+3}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(x-1)^2}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \ln(x^2 - 9)$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} x \csc x$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 5x + 6}$
-

Questão 06

Estime o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}$ com cinco casas decimais. Esse número lhe parece familiar?

Questão 07

Faça uma conjectura sobre o valor do limite (se ele existir) por meio dos valores da função nos números dados (com precisão de seis casas decimais).

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2}$, $x = 2, 5; 2, 1; 2, 05; 2, 01; 2, 005; 2, 001$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$, $x = \pm 1; \pm 0, 5; \pm 0, 1; \pm 0, 05; \pm 0, 01$
-

Questão 08

Usando um sistema algébrico computacional para fazer o gráfico da função $f(x) = (\cos 2x - \cos x)/x^2$, estime o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Questão 09

Usando um sistema algébrico computacional para fazer o gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x^3 - 1}$, estime o valor de $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ e de $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Questão 10

Calcule o limite, se existir.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}$

(c) $\lim_{t \rightarrow -3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3}$

(d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-5 + h)^2 - 25}{h}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^3 + 8}$

(f) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + h} - 3}{h}$

(g) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4 + x}$

(h) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{1 + t} - \sqrt{1 - t}}{t}$

(i) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{4 - \sqrt{x}}{16x - x^2}$

(j) $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{t\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t} \right)$

$$(k) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

Questão 11

- (a) Estime o valor de

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$$

traçando o gráfico da função $f(x) = x / (\sqrt{1+3x} - 1)$.

- (b) Faça uma tabela de valores de $f(x)$ para x próximo de 0 e estime qual será o valor do limite.
- (c) Use alguma técnica para calcular o limite exatamente e mostre que as estimativas dos itens (a) e (b) estão corretas.
-

Questão 12

A função sinal, denotada por sgn , é definida por

$$\text{sgn } x = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- (a) Esboce o gráfico dessa função.
- (b) Encontre ou explique porque não existe cada um dos limites a seguir.

(i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \text{sgn } x$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \text{sgn } x$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \text{sgn } x$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0^-} |\text{sgn } x|$

Questão 13

Na Teoria da Relatividade, a fórmula da contração de Lorentz

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

expressa o comprimento L de um objeto como uma função de sua velocidade v em relação a um observador, onde L_0 é o comprimento do objeto em repouso e c é a velocidade da luz. Encontre $\lim_{v \rightarrow c^-} L$ e interprete o resultado. Porque é necessário o limite à esquerda?

Respostas

Questão 1

(a) (i) 2 (ii) 1,111111 (iii) 1,010101 (iv) 1,001001 (v) 0,666667 (vi) 0,909091 (vii) 0,990099 (viii) 0,999001 (b) 1 (c) $y = x - 3$

Questão 2

(a) (i) -7,15 m/s (ii) -5,19 m/s (iii) -4,945 m/s (iv) -4,749 m/s (b) -4,7 m/s

Questão 3

(a) 2 (b) 1 (c) 4 (d) Não existe (e) 3

Questão 4

(a) $-\infty$ (b) ∞ (c) ∞ (d) $-\infty$ (e) ∞

Questão 5

(a) $-\infty$ (b) ∞ (c) $-\infty$ (d) $-\infty$ (e) ∞

Questão 6

2,71828

Questão 7

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$

Questão 8

-1, 5

Questão 9

$-\infty$; ∞

Questão 10

(a) 5 (b) Não existe (c) $\frac{6}{5}$ (d) -10 (e) $\frac{1}{12}$ (f) $\frac{1}{6}$ (g) $-\frac{1}{16}$ (h) 1 (i) $\frac{1}{128}$ (j) $-\frac{1}{2}$ (k) $3x^2$

Questão 11

(a), (b) $\frac{2}{3}$

Questão 12

(b) (i) 1 (ii) -1 (iii) Não existe (iv) 1

Questão 13

0